

雙週一題網路數學問題徵答 112 學年度第 1 學期

主辦單位：中山大學應用數學系
補助單位：教育部暨中山大學研究發展處

第一題： 112.09.08 公佈，112.09.22 中午 12 點截止

設 $x, y, z \in \mathbb{R}$ ，已知 $\begin{cases} x + y + z = 3 \\ xy + yz + zx = -9 \end{cases}$ ，求 x 的最大值與最小值。 答

案：(5, -3)

解答： $(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + zx) \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 = 27$

$\Rightarrow \begin{cases} y + z = 3 - x \\ y^2 + z^2 = 27 - x^2 \end{cases}$ ，由柯西不等式：

$$(y^2 + z^2) \times (1^2 + 1^2) \geq (y + z)^2 \Rightarrow 2(27 - x^2) \geq (3 - x)^2$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x - 15 \leq 0 \Rightarrow (x + 3)(x - 5) \leq 0 \Rightarrow -3 \leq x \leq 5$$

故 x 的最大值為 5，最小值為 -3。 □

答案請寄至 - 高雄市中山大學應數系圖書館的『雙週一題』信箱，或傳真 07-5253809，或利用電子郵件信箱 nsysu.problem.2022@gmail.com (主旨為「112 年秋季第 X 題解答」)。若以電子郵件信箱寄送答案者，請在信件中打字註明您的資料，包含：姓名、校名、校址縣市、系所、年級、班級、學號和 E-mail。