

雙週一題網路數學問題徵答
112 學年度第 1 學期

主辦單位：中山大學應用數學系
補助單位：教育部暨中山大學研究發展處

第二題： 112.09.22 公佈，112.10.06 中午 12 點截止

在 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{AC} = 3$ ， $\angle A = 2\angle B$ ，則 $\triangle ABC$ 之內切圓半徑為 答
案： $2\sqrt{2} - \sqrt{3}$

解答：由正弦定理：

$$\frac{\overline{AC}}{\sin \angle B} = \frac{\overline{BC}}{\sin \angle A} \Rightarrow \frac{3}{\sin \angle B} = \frac{\overline{BC}}{\sin 2\angle B} \Rightarrow \overline{BC} = \frac{3 \sin 2\angle B}{\sin \angle B} = 6 \cos \angle B$$

由餘弦定理：

$$\cos \angle B = \frac{\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 - \overline{AC}^2}{2 \cdot \overline{AB} \cdot \overline{BC}} = \frac{25 + 36 \cos^2 \angle B - 9}{60 \cos \angle B} \Rightarrow \cos \angle B = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$\Rightarrow \overline{BC} = 6 \cos \angle B = 2\sqrt{6} \Rightarrow \text{半周長 } s = (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}) \div 2 = 4 + \sqrt{6}$$

$$\triangle ABC \text{ 面積} = \sqrt{s(s - \overline{AB})(s - \overline{BC})(s - \overline{CA})} = rs$$

$$\Rightarrow \sqrt{(4 + \sqrt{6})(4 - \sqrt{6})(\sqrt{6} + 1)(\sqrt{6} - 1)} = r(4 + \sqrt{6})$$

$$\Rightarrow 5\sqrt{2} = r(4 + \sqrt{6}) \Rightarrow r = \frac{5\sqrt{2}}{4 + \sqrt{6}} = 2\sqrt{2} - \sqrt{3}$$

故 $\triangle ABC$ 之內切圓半徑為 $2\sqrt{2} - \sqrt{3}$ 。 □

答案請寄至 - 高雄市中山大學應數系圖書館的『雙週一題』信箱，或
傳真 07-5253809，或利用電子郵件信箱 nsysu.problem.2022@gmail.com
(主旨為「112 年秋季第 X 題解答」)。若以電子郵件信箱寄送答案者，
請在信件中打字註明您的資料，包含：姓名、校名、校址縣市、系所、年
級、班級、學號和 E-mail。